

磁化プラズマ中の Bernstein 波の伝播

武 田 満 喜*・出 原 敏 孝*・石 田 美 雄*

Propagation of the Bernstein Wave in a Magnetized Plasma

Mitsuyoshi TAKEDA, Toshitaka IDEHARA and Yoshio ISHIDA

(Received April 16, 1973)

Obliquely propagating Bernstein wave is observed to be excited by a coaxial antenna in a magnetized plasma. Investigation of the wavesurface and the direction of the phase velocity suggest that the wave is the backward one in z direction for the condition when the upper hybrid frequency $\omega_{UH}/2\pi$ is nearly equal to the wave frequency $\omega/2\pi$, and the forward one for the condition when $\omega_{UH}/2\pi$ is much larger than $\omega/2\pi$. This behavior is consistent qualitatively with the theoretical consideration for infinite system.

1 序 論

プラズマ中の波動現象は波動と構成粒子間の相互作用を究明する観点から興味深く、特に一様な静磁場のかけられた電子プラズマ中を伝播する波の一つの mode である Bernstein 波(電子サイクロトロン高調波)は波動としてのいろいろな性質を有していることから波動現象の一般的見地からも非常に興味を持たれている波である。

1958年に Bernstein¹⁾は、静磁場内におかれた衝突の無視できる完全電離した熱平衡なプラズマ中では、磁場に垂直な方向に減衰を受けずに安定に伝播できる静電波が存在し、その位相速度は電子の平均熱速度の order で、その分散 mode は電子サイクロトロン周波数の整数倍のところで不連続な多くの分枝を持っていることを理論的に示した。実験的には最初 Landauer²⁾がPIG放電からのノイズ放射から40次以上の高調波を観測した。三谷、久保、田中³⁾らは、電圧のアーク放電で観測された電子サイクロトロン高調波をCMA図上の Bernstein 波の分散特性との比較によって、Bernstein 波であることを示した。

その後、多くの研究者⁴⁾により実際の波長が測定され、Crawford, Tataronis⁵⁾らによって計算された (k, ω) 平面内の分散関係との非常に良い一致が得られている。Leuterer⁶⁾はパルスを用いて群速度を測定し Bernstein 波に特徴的な backward 波と forward 波の検証を行なった。

ここでわれわれは、減衰が非常に強く励起が困難であると予想されている、磁場に対してわずかに直角からずれた方向に伝播する Bernstein 波が、実際の実験室プラズマ中に励起し得て、実験的に得られた波面が示している波の伝播の様子が理論と定性的に一致することを述べる。

2 実験装置および方法

実験装置は図1に示した様に、内径95mmのバイレックスガラス管で作られ、放電領域、プラズマ拡散領域の二つの部分から成っている。用いた中性ガスはArで二つの領域をつなぐオリフィス(内径10mm、長さ200mm)をはさんで、それぞれ 1.5×10^{-2} Torr、 7.5×10^{-4} Torr の圧力に保たれている。

プラズマはTP-D方式⁷⁾で生成され、オリフィスを

* 応用物理学科

抜けて陽極の中心の内径 8 mm の穴から磁力線に沿って拡散領域へ拡散し、陽極と同電位のコレクターに流れ込む。管の回りの 8 個の空心コイルは管軸方向 (z 方向とする。) に、図に示した様な様な磁場分布を作り出しており、測定領域での磁場強度は 60 Gauss、電子サイクロトロン周波数 $\omega_c/2\pi$ は 168 MHz である。測定領域には、陽極から 390 mm 離れたところに磁場に垂直な方向 (r 方向とする。) に可動の r プローブと、管軸上を z 方向に動く z プローブと名付けた二つの同軸プローブが設置されており、プラズマパラメーターの測定および波の励起、受信に用いられる。生成されたプラズマの密度は z 方向には 10% の範囲内で一様で、 r 方向には図 3 の様な分布を持っている。放電維持電圧は約 100 V、電子温度 T_e は 7.0 eV で放電電流 I_d の 10 mA から 20 mA の変化に対して電子密度 n_e は $3.5\text{--}5.3 \times 10^9 \text{ cm}^{-3}$ である。電子の衝突周波数 $\omega_{\text{coll}}/2\pi$ (電子-電子間および電子-中性粒子間の衝突周波数の和) は約 4 MHz で、励起される波の周波数 $\omega/2\pi$ (168 MHz–500 MHz) に比べ十分小さく無衝突の仮定が成り立っている。一方 Debye 長さ λ_D は、上記の電子密度に対して 0.27–0.33 mm で使用したプローブの先端の長さ (1.2 mm) に比べ短くなっている。

Bernstein 波は図 2 に示したブロック図によって観測される。発振器から一方のプローブでプラズマ中に波を励起し、プラズマ中を伝播してきた波をもう一

方のプローブで受信し、方向性結合器によって発振器から減衰器を通して直接伝わってくる信号と干渉させ、電界強度測定器で増幅して X-Y レコーダーの Y 軸に入れる。X-Y レコーダーの X 軸にはプローブ間の距離に比例する量を電圧に変換して入れ、X-Y レコーダー上にプローブ間の距離に対する干渉波形を描かせる。受信プローブ側に挿入されている遅延線は、波がどの方向に向かって進んでいるかを観測するためのもので、位相速度 v_{ph} を持った波は時間遅れ Δt のために $\Delta x = \Delta t \cdot v_{ph}$ だけ通り過ぎてしまった位相を同じプローブ間隔 x に対して与え、X-Y レコーダー上には Δx だけずれて干渉波形が描かれる。

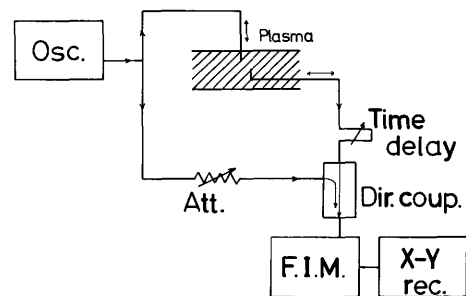


図2 伝播波測定ブロック図

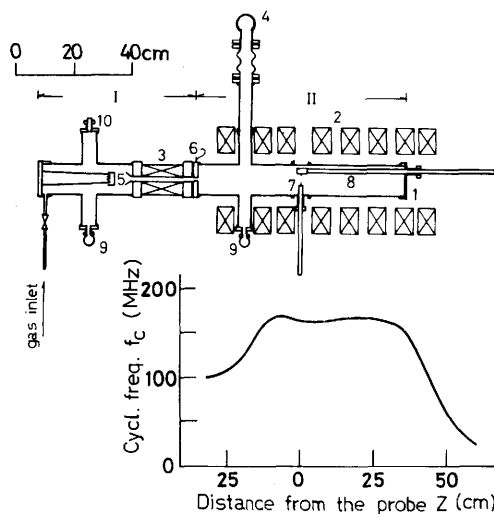


図1 実験装置概略

I) 放電領域 II) プラズマ拡散領域 1) コレクター、2) 空心コイル1、3) 空心コイル2、4) 油拡散ポンプ、5) 熱陰極、6) 陽極、7) r プローブ、8) z プローブ、9) イオンゲージ、10) ピラニーゲージ

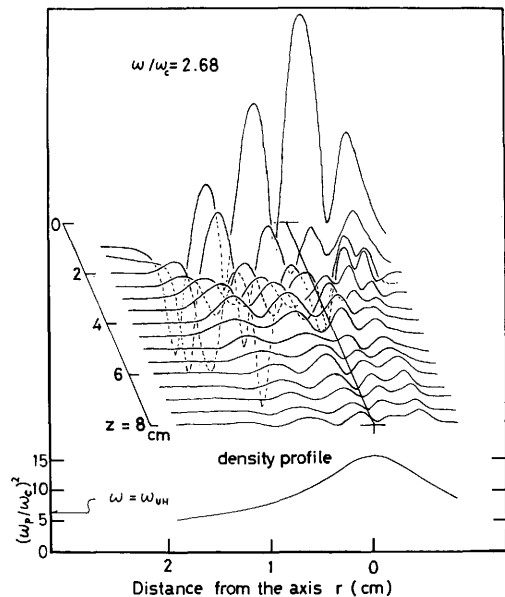


図3 Bernstein 波の r 方向の伝播波形および r 方向の密度分布

3 実験結果および考察

前節で述べた干渉法を用いて測定した Bernstein 波の伝播波形を図3および図4に示す。プラズマのパラメーターおよび周波数 $\omega/2\pi$ は一定で、図3はプラズマ中心から磁場に垂直な方向の距離 r を横軸に、励起プローブからの管軸方向の距離 z をパラメーターにして描いてあり、ある時刻の波の広がり方を示している。図より z 方向には非常に減衰の強いことがわかる。図3には同時に r 方向のプラズマの密度分布を示しており、電子プラズマ周波数 $\omega_p = (n_e e^2 / \epsilon_0 m_e)^{1/2}$ (e , m_e はそれぞれ電子の電荷と質量, ϵ_0 は真空中の誘電率) を電子サイクロトロン周波数 ω_c で規格化した値の自乗を縦軸にとってある。 $\omega = \omega_{UH}$ として示してあるのは、 $\omega_p^2 = \omega^2 - \omega_c^2$ を満足する密度をあらわしており、この密度の層で Bernstein 波は反射の起こることが知られている⁶⁾。この密度の層はいわゆる upper hybrid layer で、以下UHLと略す。図3は、UHLの内部で励起したわれわれの Bernstein 波が、この層の内側にだけ存在することを示している。この図で同位相の点を結べば波面が描ける。波面が完全には磁場に平行でなく、磁場に対して斜めに伝播していることがわかる。

図4は図3と同じ条件での z 方向の干渉波形である。図3に述べた様に磁場に平行な方向には強い減衰のことがわかる。 $z=0$, すなわち励起プローブの近くでのピークは、プローブ間隔が非常に短かいために信号がプラズマ中を伝播せず、直接電磁波として受信されたものと思われる。Bernstein 波と考えられる波の z 方向の波長を $\lambda_{||}$ で示してある。この波長 $\lambda_{||}$ は図3および後で述べる図6(a)から測定される磁場方向の波長と、誤差の範囲内で一致している。図中に見

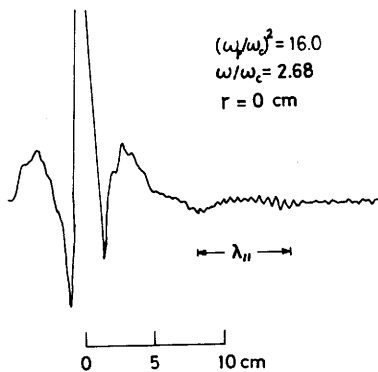


図4 Bernstein 波の z 方向の伝播波形

られる小さい波形については現在検討中である。

前節で述べた遅延線を用いた方法で r 方向の波の伝播の向きを測定した。これを図5に示す。遅延線の長さ Δl の増加に対して同位相の点が破線の様に移動する。このずれは信号が同軸ケーブルを通るのに $\Delta t = \Delta l / \sqrt{LC}$ (L , C はそれぞれケーブルの単位長さ当りのインダクタンスおよびキャパシタンス) だけ時間が必要となるために生ずる。 Δl の増加に対して波形がプラズマの外側へずれていくのは観測している波が実在波ではなく、プラズマの外部から中心へ向かう進行波であることを示している。遅延線 Δl のために同位相の点が r 方向にずれた距離を Δr , r 方向 (すなわち磁場に垂直な方向) の波の位相速度を $v_{ph\perp}$ すると、

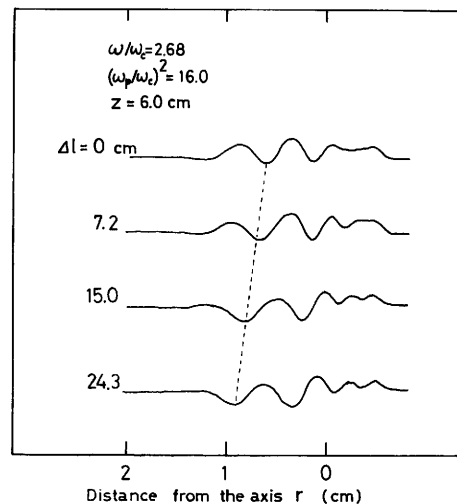


図5 Bernstein 波の r 方向の位相速度の向きの測定

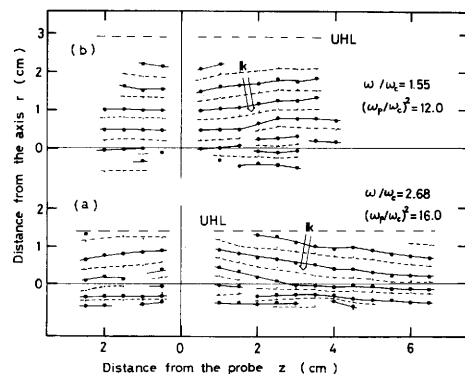


図6 プラズマ中を伝播する Bernstein 波の波面

$v_{ph\perp} = \Delta r / \Delta t$ の関係から $v_{ph\perp}$ が計算できる。一方、 $v_{ph\perp}$ は伝播波形から波長 λ_{\perp} を求め、周波数 $\omega / 2\pi$ を乗じて求めることもでき、この二つの方法で求めた $v_{ph\perp}$ は良い一致を与え、波形のずれが遅延線 $\Delta \ell$ のためであることを保証している。

図3の結果を用いて (r, z) 平面内に波面を描くと図6のようになる。 $r = 0, z = 0$ の点で励起された波が図の様な波面を持ってプラズマ中を伝播する。ここで実線は波形(図3)の山と山、破線は谷と谷とを結んだ線である。遅延線を用いた方法によって決定された波の伝播の向きおよび方向を波数ベクトル \mathbf{k} として矢印で示す。前に述べたUHLは破線で示されている。図6(a)は図3の条件における波面でVHLは $r = 1.4$ cmのところにあって波がUHLの内部にだけ存在していることをあらわしている。一方図6(b)は $\omega / \omega_c = 1.55$ であるために $\omega = \omega_{UH}$ となるべき密度 ω_p^2 / ω_c^2 は1.40となり、 r プローブの駆動範囲を超えた外側にUHLが存在する。駆動範囲を超えているために正確な密度分布は測定されないが $r = 2.9$ cm付近にUHLが存在すると考えられる。

$r = 0, z = 0$ で波を励起しているにも関わらず、図6(a)では r, z の両方向に、図6(b)では r 方向に波が励起プローブの方に向かって進行しているのは驚くべきことである。波のエネルギーの流れ、すなわち群速度 \mathbf{V}_g が、 $r = 0, z = 0$ 、すなわち励起のプローブから外側へ向かっていると仮定すれば、いま述べた方向については $\mathbf{V}_g \cdot \mathbf{V}_{ph} < 0$ となる backward 波になっていることが結論される。磁場に垂直方向、すなわち r 方向に backward であることは現在までに多くの研究者によって確かめられているが、磁場に斜めに伝播する時に磁場方向にも backward であることを示す観測例は現在まで報告されていない。

以上の実験結果は Bernstein 波の分散関係から説明することができる。

無限大で一樣な密度を持ち、電子が Maxwell 分布していると仮定されたプラズマ内を、磁場に対して任意の角度で伝播する平面波の分散式は

$$K(\omega, k_{\perp}, k_{\parallel}) = 1 + \frac{\omega_p^2}{k_{\perp}^2 v_{\perp}^2} \left[1 + \sum_{n=-\infty}^{\infty} \exp(-\lambda) I_n(\lambda) \right] \frac{\omega}{\sqrt{2} k_{\parallel} v_{\parallel}} Z\left(\frac{\omega - n\omega_c}{\sqrt{2} k_{\parallel} v_{\parallel}}\right) = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

で与えられる⁵⁾。ここで $Z(z)$ は Fried と Conte によって定義されたプラズマ分散関数⁸⁾、 $v_{\parallel} = \sqrt{\kappa T_e / m_e}$ は電子の平均熱速度、 $\lambda = (k_{\perp} v_{\perp} / \omega_c)^2$ である。(1) 式は条件

$$|\omega / \omega_c - n| \gg k_{\parallel} v_{\parallel} / \omega_c \quad \dots\dots\dots (2)$$

を満足する時次の様に近似できる。すなわち

$$K(\omega, k_{\perp}, k_{\parallel}) = k_{\parallel}^2 \left[1 - \left(\frac{\omega_p}{\omega_c} \right)^2 \exp(-\lambda) I_0(\lambda) \right] + k_{\perp}^2 \left[1 - \left(\frac{\omega_p}{\omega_c} \right)^2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\exp(-\lambda) I_n(\lambda)}{(\lambda/2)((\omega/n\omega_c)^2 - 1)} \right] = 0 \quad \dots\dots\dots (3)$$

(3) 式は第2項を積分の形に変形することによって容易に数値計算して解くことができる。

(3) 式を用いた計算例およびそのとき予想される波面を図7に示す。case I, II, III は、規格化されたプラズマの密度 $(\omega_p / \omega_c)^2$ および周波数 band をパラメーターとして得られる波面の可能な3つの型に分けてある。ここで条件式(2)は、規格化された周波数 ω / ω_c が整数から離れており、かつ横軸 $k_{\perp} v_{\perp} / \omega_c$ の小さいところだけでこの計算が有効であることを意味している。 $k_{\perp} = k_{\parallel} = 0$ なる cutoff 周波数は、 $\omega_{UH} / \omega_c = [(\omega_p / \omega_c)^2 + 1]^{1/2}$ で与えられる。また、群速度 \mathbf{V}_g は $\partial \omega / \partial \mathbf{k}$ で与えられるから図の曲面上の勾配が群速度を示し、その符号によって forward 波であるか backward 波であるかが区別される。定性

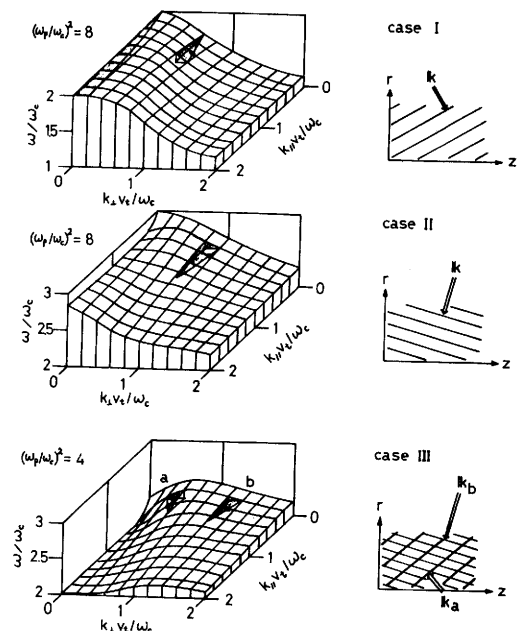


図7 プラズマ中を伝播する Bernstein 波の可能な3つの波面

的には、考えている波の周波数 ω/ω_c に比べ、密度 $(\omega_p/\omega_c)^2$ が十分高く、すなわち ω_{UH}/ω_c が周波数 band よりはるかに上にある場合 (図 7, case I) には、常に $\partial\omega/\partial k_\perp < 0$, $\partial\omega/\partial k_\parallel > 0$ で、ある周波数に対して波面は右の図のようになる。

しかし、ある程度波の周波数に ω_{UH}/ω_c が近づいてくると (図 7, case II) と、 $\partial\omega/\partial k_\perp < 0$ に対して、 $\partial\omega/\partial k_\parallel > 0$ となり波面は I の場合と違って来る。

第 3 の可能性は図 7, case III の様に ω_{UH}/ω_c が考えている周波数 band 内に収まる場合である。この場合磁場方向には常に backward ($\partial\omega/\partial k_\parallel < 0$) であるが、磁場に垂直方向には、一つの周波数に対して、波長の長い forward 波と波長の短い backward 波とが同時に励起される可能性がある。実際、磁場に垂直に伝播する場合 (図では $k_\parallel = 0$ の面が分散関係をあらわす) の Bernstein 波においてこの 2 つの波は同時に観測されている。

われわれが実験によって得た値を $(\omega, k_\perp, k_\parallel)$ の空間内に描くと図 8 のようになる。実験値を示す黒い楕円が、有限な大きさを持つのは、測定誤差の為と、r 方向の密度の不均一によって波長の幅がかなりある為である。 $k_\parallel v_t/\omega_c$ が小さく条件式 (2) 式をあまり十分とは言えないが満足しており、このような領域ではわれわれの計算は有効である。

図 8 (a) には図 6 (a) の結果を示してある。r 方向の波長の変化を少なくするためと、プローブをあまりプラズマの奥へ挿入した場合の結果は、プラズマの乱れのために信頼性が乏しいことなどの理由によって $0.3\text{cm} < r < 1.4\text{cm}$ で測った値を示した。この領域ではプラズマの密度は $6.5 < (\omega_p/\omega_c)^2 < 12.0$ の範囲にある。同様に図 8 (b) は図 6 (b) に対応し、同様の理由によって波長を $0.5\text{cm} < r < 1.5\text{cm}$ で測定し、その範囲での密度は $4.0 < (\omega_p/\omega_c)^2 < 8.2$ である。この (a), (b) 2 つの条件は、図 7 の case II, case I にそれぞれ対応し、そこで予想された波面は実験結果 (図 6 (a), (b)) と定性的に一致している。

以上の考察によって、得られた波面が Bernstein 波の分散関係から説明できることがわかる。しかし実験の場合には、系の円筒対称性のために、波面が z 軸の回りに円筒対称であると考えられること、理論では空間的に一様な密度と仮定されているが、実際には密度勾配が存在することを考慮した考察が必要で、これらのことについては現在検討中である。だが無限大の仮定については、r, z の両方向に数波長の波が立つための大きさがあり、実際 r 方向に 3 から 5 波長が観測されていることから、この仮定はよいと考えられる。

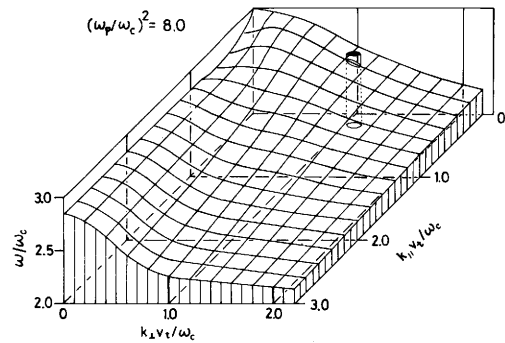


図 8 (a) Bernstein 波の分散関係面

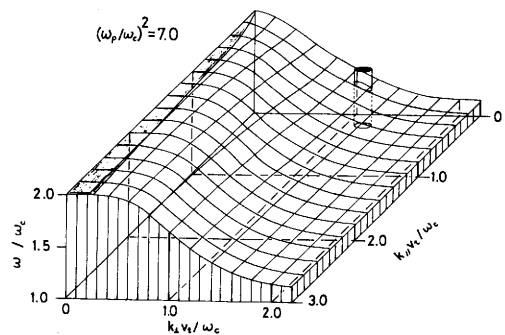


図 8 (b) Bernstein 波の分散関係面

4 結 論

プローブを用いて励起した Bernstein 波のふるまいについて次のことが結論される。

磁場方向には強い減衰を受けながらも、磁場に対して斜めに伝播する Bernstein 波が観測され、得られた波面および進行方向は Bernstein 波の分散関係によって定性的に説明できる。特に、磁場方向に対して forward と backward の波がそれぞれの条件の下で観測された。

以上述べた様な Bernstein 波の特異な性質は、単に波動現象を研究すると言う観点からも興味深く、今後一層の研究が成されることが期待される。

参 考 文 献

- 1) I. B. Bernstein : Phys. Rev. **109** (1958) 10
- 2) G. Landauer ; J. Nuclear Energy, Part C4 (1942) 395
- 3) K. Mitani, H. Kato and S. Tanaka ; J. Phys. Soc. Japan **19** (1964) 211, 221
- 4) F. W. Crawford, Kino and Weiss ; Phys. Rev. Letters **13** (1964) 229

- 5) J. A. Tataronis and F. W. Crawford ; J. Plasma Phys.
4 (1970) 231
- 6) F. Leuterer ; Plasma Phys. 14 (1972) 499
- 7) M. Ohtsuka, K. Takayama et al. ; Proc. 7th Intern. Conf.
on Ionization Phenomena in Gases, Beograd (1965)
- 8) B. D. Fried and S. D. Conte ; The Plasma Dispersion
Function, New York ; Academic Press (1961)